

بناام خدا

# آموزش برنامه ریزی خطی در نرم افزار LINGO

تهیه کننده: علیرضا شفائی

استاد راهنما: دکتر بهنام محمدی

- از منو File دستور New را کلیک کرده و در پنجره File New باز شده گزینه ۱ (Lingo Model) را انتخاب می کنیم.
- در صفحه باز شده، در سطر اول، بر حسب نوع مساله بهینه سازی (ماکزیمم سازی یا مینیمم سازی) از عبارت "MAX" یا "MIN" استفاده می کنیم. بعد از قرار دادن علامت "=" تابع هدف مساله بهینه سازی را می نویسیم.
- نحوه نوشتن تابع هدف به این شکل است:

۱. برای هر متغیر، نامی تعریف می کنیم.

۲. متغیرها را در ضرایب خود در تابع هدف با علامت "\*" ضرب می کنیم.

۳. در انتها از علامت سمیکلون ";" استفاده می کنیم.

توجه: LINGO به علامت سمیکلون بسیار حساس است. حتی برای خاتمه عبارات توضیحی که با علامت تعجب ("!") شروع می شوند نیز به این علامت نیاز است.

نکاتی در رابطه با نامگذاری متغیرها:

۱. LINGO نیز (مانند GAMS) case sensitive نیست.

۲. نام هر متغیر باید با یکی از حروف الفبا آغاز شود.

۳. بعد از حرف اول می توان از اعداد و زیرخط ("\_") استفاده کرد.

۴. نهایتاً از ۶۴ کاراکتر می توان برای نامگذاری هر متغیر استفاده کرد.

بعد از نوشتن تابع هدف (سطر اول برنامه)، به همان شیوه می توان قیدها را نوشت. توجه شود که:

- قیدها حتما باید بعد از تابع هدف نوشته شوند ولی لزومی به این که در سطر بعدی نوشته شوند نیست و می توان بعد از علامت سمیکلون تابع هدف و در همان سطر اول نوشت.

- بعد از نوشتن هر قید وجود علامت ";" الزامی است.

- ترتیبی برای نوشتن قیدها مطرح نیست.

- علامت " $\leq$ " و " $<$ " و نیز " $\geq$ " و " $>$ " برای LINGO تفاوتی ندارد.

برای تعریف حالاتی خاص و یا قرار دادن محدودیت بر روی قیدها می توان از **Variable Domain Functions** استفاده کرد.

برای دسترسی به آنها می توان از منو **Edit** منو **Paste Function**، **Variable Domain** استفاده کرد.

به عنوان مثالی از این کاربرد:

- @GIN برای تعریف متغیرهای عدد صحیح

- @BND برای محدود کردن متغیر (تعریف حد بالا و پایین)

- @PRIORITY برای نسبت دادن ویژگی خاص به یک متغیر

دقت شود که تعریف حالت خاص برای هر متغیر به صورت جداگانه صورت گرفته و پس از تعریف هر مورد علامت ";" فراموش نشود.

پس از نوشتن تابع هدف و قیدها و احیانا تعریف حالت خاصی برای متغیرها نوبت به حل مدل می رسد.

برای این منظور از دو طریق می توان مسئله را حل کرد:

۱. از منو Solver دستور Solve را اجرا کرد.

۲. از نوار ابزار برنامه علامت شبیه دارت را کلیک کرد.

به محض انجام یکی از این دو روش در صورت نبود اشکال دستوری یا ساختاری، برنامه حل می شود.



اولین پنجره ای که بعد از حل یک مدل قابل مشاهده است، پنجره Solver Status است.

در این پنجره اطلاعاتی کلی در رابطه با مدل و مقدار پاسخ بهینه به دست آمده توسط LINGO به نمایش در می آید.

توجه شود که ما در هیچ قسمت از برنامه نوع مدلی که می خواهیم LINGO برای ما حل کند را مشخص نکردیم و خود LINGO بر اساس نحوه کاربرد متغیرها در تابع هدف و قیود و نوع تعریفی که روی متغیرها صورت گرفته کلاس مدل و نوع برنامه ریزی را تشخیص می دهد که این مهم ترین ویژگی نرم افزار بهینه سازی LINGO است.

اطلاعات قابل مشاهده در پنجره Solver Status عبارتند از:

- وضعیت
  - تعداد و نوع متغیرها
  - تعداد و نوع قیود
  - تعداد و نوع ضرایب غیر صفر (تعداد دفعات تکرار انواع متغیرها در قیود)
  - ظرفیتی از حافظه که برنامه برای حل مدل به کار گرفته است
  - زمان انجام عملیات
- از طریق این پنجره می توان با استفاده از کلید Interrupt روند اجرای برنامه را متوقف کرد (که این برای برنامه ریزی خطی به علت سرعت اجرای برنامه بی کاربرد است).

پنجره دوم که اصلی ترین پنجره نمایش اطلاعات حاصل از حل مدل توسط LINGO است Solution Report نام داشته که در زیر Solver Status قرار دارد و با بستن آن قابل مشاهده است.

در این پنجره اطلاعات کامل و جزئی تری در رابطه با حل مدل دیده می شود که شامل موارد زیر اند:

- مقدار هر متغیر
- هزینه گامیده هر متغیر (مقدار تغییر مورد نیاز در ضریب تابع تبدیل مربوط به هر متغیر، برای رسیدن به بهینه ترین پاسخ ممکن)
- مقدار فاصله با برآورد کردن یک قید به صورت تساوی (مرزی)
- مقدار بهبود تابع هدف به ازای یک واحد افزایش سمت راست هر یک از قیود

## مدلسازی مسایل بهینه سازی-مثال

یک فروشنده می‌خواهد اجناسی را برای فروشگاه خود خریداری کند. لیست اجناس به همراه قیمت آن‌ها و سود حاصل از آن‌ها در جدول زیر آورده شده است. همچنین حجمی که اجناس اشغال می‌کنند نیز در جدول آورده شده است.

#	نام کالا	واحد	قیمت هر واحد	سود حاصل از فروش هر واحد	حجم هر واحد
۱	شکر	کیلو	۱۲۰	۱۰	۲۰
۲	پنیر فله‌ای	کیلو	۳۵۰	۲۵	۴۰
۳	پنیر بسته‌ای	بسته	۴۱۰	۲۷	۵۲
۴	برنج	کیلو	۴۵۰	۲۰	۴۵
۵	چای بسته‌ای	بسته	۱۰۰۰	۵۰	۷۴
۶	زعفران	بسته	۲۰۰۰	۱۲۰	۲
۷	نوشابه	بسته	۲۳۰	۳۰	۹۰

- (a) سرمایه فروشنده صد هزار تومان است و لذا هزینه کلیه اقلام خریداری شده نباید از صد هزار تومان بیشتر شود.
- (b) به خاطر ملاحظات بهداشتی، مقدار خریداری شده پنیر فله‌ای نباید از ۳۰ کیلو بیشتر باشد.
- (c) به علت محدودیت فضای انبار، حجم کالاهای خریداری شده نباید از ۴۰۰۰ بیشتر شود.

## مدلسازی مسایل بهینه سازی-پاسخ

■ تابع هدف (ماکزیمم کردن)

$$f(x_1, \dots, x_7) = 10x_1 + 25x_2 + 27x_3 + 20x_4 + 50x_5 + 120x_6 + 30x_7$$

■ قیود

$$120x_1 + 350x_2 + 410x_3 + 450x_4 + 1000x_5 + 2000x_6 + 230x_7 \leq 100000$$

$$x_2 \leq 30$$

$$20x_1 + 40x_2 + 52x_3 + 45x_4 + 74x_5 + 2x_6 + 90x_7 \leq 4000$$

$$x_1, x_2, x_4 \in [0, \infty), \quad x_3, x_5, x_6, x_7 \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

```

MAX =
10*x1+25*x2+27*x3+20*x4+50*x5+12
0*x6+30*x7;          ! Objective
Function;
! Constraints;
120*x1+350*x2+410*x3+450*x4+1000
*x5+2000*x6+230*x7 <= 100000;
x2 <= 30;
20*x1+40*x2+52*x3+45*x4+74*x5+2*
x6+90*x7 <= 4000;
! Integer Variables;
@GIN(x3);@GIN(x5);@GIN(x6);@GIN(
x7);

```

### Lingo 15.0 Solver Status [LP\_Example1]



Solver Status

Model Class:	MILP
State:	Global Opt
Objective:	6699.17
Infeasibility:	0
Iterations:	6

Variables

Total:	7
Nonlinear:	0
Integers:	4

Constraints

Total:	4
Nonlinear:	0

Nonzeros

Total:	22
Nonlinear:	0

Extended Solver Status

Solver Type:	B-and-B
Best Obj:	6699.17
Obj Bound:	6699.17
Steps:	0
Active:	0

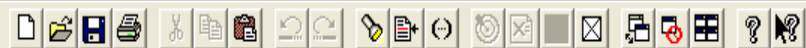
Generator Memory Used (K)

24
----

Elapsed Runtime (hh:mm:ss)

00:00:00
----------

Update Interval:



Global optimal solution found.

Objective value: 6699.167  
Objective bound: 6699.167  
Infeasibilities: 0.000000  
Extended solver steps: 0  
Total solver iterations: 6  
Elapsed runtime seconds: 0.01

Model Class: MILP

Total variables: 7  
Nonlinear variables: 0  
Integer variables: 4  
  
Total constraints: 4  
Nonlinear constraints: 0  
  
Total nonzeros: 22  
Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value	Reduced Cost
X1	0.9166667	0.000000
X2	0.000000	4.166667
X3	0.000000	7.166667
X4	0.000000	17.50000
X5	0.000000	33.33333
X6	45.00000	46.66667
X7	43.00000	-10.83333

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	6699.167	1.000000
2	0.000000	0.8333333E-01
3	30.00000	0.000000
4	21.66667	0.000000



## برنامه ریزی خطی

■ مثال ساده:

■ هدف ماکزیمم کردن سود حاصل از دو واحد

■ سود حاصل از واحد ۱

$$c_1 = 3 \quad [\text{€/MWh}]$$

■ سود حاصل از واحد ۲

$$c_2 = 5 \quad [\text{€/MWh}]$$

## برنامه ریزی خطی

■ مثال ساده:

$$b_1 = 4 \text{ MW}$$

■ ماکزیمم تولید واحد ۱

$$b_2 = 6 \text{ MW}$$

■ ماکزیمم تولید واحد ۲

■ چون سیستم خنک کننده مشترک استفاده کردند قید زیر باید برقرار باشد.

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

# برنامه ریزی خطی

■ مثال ساده:

■ فرمولاسیون

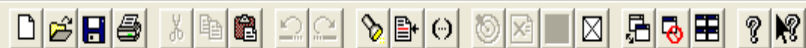
$$\begin{array}{ll} \text{MAXIMIZE} & 3 x_1 + 5 x_2 \\ \text{SUBJECT TO} & x_1 \leq 4 \\ & x_2 \leq 6 \\ & 3 x_1 + 2 x_2 \leq 18 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{array}$$

```
MAX = 3*x1+5*x2;  
x1 <= 4;  
x2 <= 6;  
3*x1+2*x2 <= 18;  
x1 >= 0;  
x2 >= 0;
```

**Lingo 15.0 Solver Status [LP\_Example2]** ✖

Solver Status		Variables	
Model Class:	LP	Total:	2
State:	Global Opt	Nonlinear:	0
Objective:	36	Integers:	0
Infeasibility:	0	Constraints	
Iterations:	1	Total:	6
		Nonlinear:	0
Extended Solver Status		Nonzeros	
Solver Type:	. . .	Total:	6
Best Obj:	. . .	Nonlinear:	0
Obj Bound:	. . .	Generator Memory Used (K)	
Steps:	. . .	23	
Active:	. . .	Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
		00:00:00	

Update Interval:  Interrupt Solver Close



Global optimal solution found.

Objective value: 36.00000  
Infeasibilities: 0.000000  
Total solver iterations: 1  
Elapsed runtime seconds: 0.01

Model Class: LP

Total variables: 2  
Nonlinear variables: 0  
Integer variables: 0

Total constraints: 6  
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 8  
Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value	Reduced Cost
X1	2.000000	0.000000
X2	6.000000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	36.00000	1.000000
2	2.000000	0.000000
3	0.000000	3.000000
4	0.000000	1.000000
5	2.000000	0.000000
6	6.000000	0.000000