



به نام دوست  
که هر چه داریم از اوست

*Genetic Algorithm*

## سمینار درس برنامه ریزی غیر خطی

استفاده از الگوریتم ژنتیک در حل مسائل  
برنامه ریزی غیر خطی

ارائه دهنده : بهنام محمدی



# فهرست مطالب

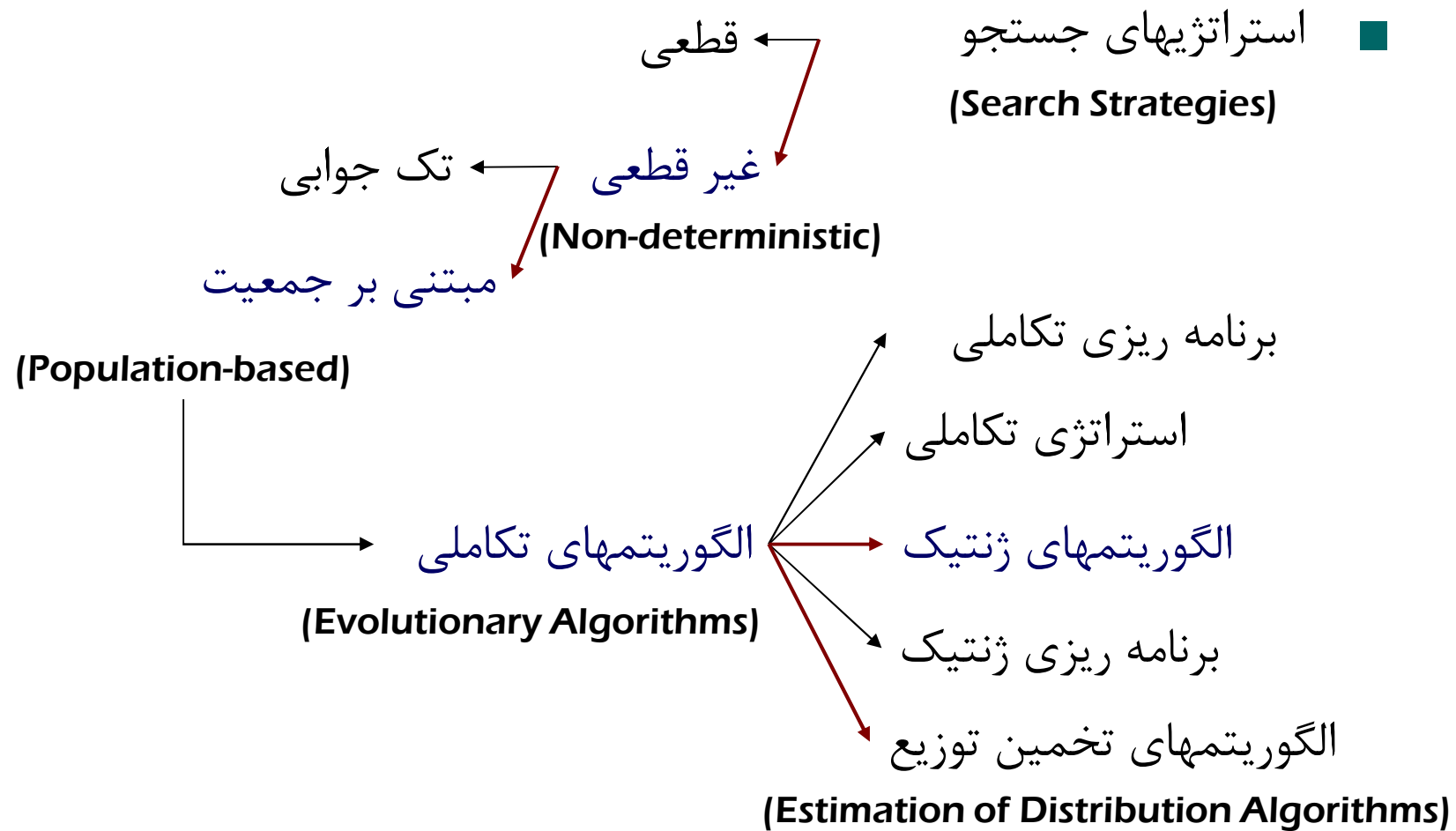
*Genetic Algorithm*

- ◆ استراتژیهای جستجو (مقدمه)
- ◆ مزایا و ویژگیهای الگوریتم ژنتیک
- ◆ تعاریف پارامترها
- ◆ عملگرهای الگوریتم ژنتیک
- ◆ همگرایی الگوریتم ژنتیک
- ◆ معیار توقف محاسبات
- ◆ مثال اول
- ◆ مثال دوم
- ◆ حل مساله به روش الگوریتم ژنتیک با استفاده از **MATLAB**
- ◆ مثال سوم



# مقدمه : استراتژیهای جستجو

*Genetic Algorithm*





# الگوریتمهای ژنتیک : مزایا

*Genetic Algorithm*

## ■ مزایا و ویژگیهای الگوریتم ژنتیک

- ❖ با مقادیر کد شده پارامترها کار می کند نه با خود آنها
- ❖ جستجو را با مجموعه ای از نقاط آغاز می کند و بنابراین خیلی وابسته به شرایط اولیه نیست ضمن اینکه خطر همگرایی در بهینه های محلی در آن بسیار کم است
- ❖ فقط از اطلاعات تابع هدف استفاده می کند، بنابراین به زمینه خاصی محدود نمی شود و کاربردهای آن نامحدود است.
- ❖ لازم نیست رویه تابع هدف در فضای جستجو مشتق پذیر، پیوسته، خطی و ... باشد.
- ❖ در این روش، قوانین انتقال از یک مرحله به مرحله بعد احتمالاتی هستند نه قوانین معین



# الگوریتمهای ژنتیک

## Genetic Algorithm

- الگوریتمهای ژنتیک دسته‌ای از الگوریتمهای تکاملی هستند که با الهام از الگوهای طبیعی طراحی و توسعه داده شده‌اند.
- الگوریتمهای تکاملی دسته‌ای از الگوریتمهای جستجو هستند که در هر تکرار جمعیتی از جوابها را مورد بررسی قرار داده و ذخیره می‌نمایند.

## تعاریف

- ◆ ژن (**Gene**): مقدار کد شده‌ی هر متغیر (یا پارامتر) را ژن گویند. مثلاً اگر از کدگذاری باینری استفاده شود در هر ژن فقط مقادیر صفر یا یک می‌تواند قرار گیرد.
- ◆ کروموزوم (**Chromosome**): به رشته یا دنباله‌ای از ژن‌ها که به عنوان شکل کد شده‌ی یک جواب ممکن (مناسب یا نامناسب) از مساله مورد نظر به کار می‌رود، کروموزوم گویند
- ◆ جمعیت (**Population**): در هر مرحله تکرار از الگوریتم ژنتیک، تعدادی مشخص از کروموزوم‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرند به مجموعه این کروموزوم‌ها «جمعیت» می‌گویند



# الگوریتمهای ژنتیک

## *Genetic Algorithm*

◆ **عدد برازندگی (Fitness):** مناسب بودن یا نبودن جواب را با معیاری که با هدف (مورد بهینه ساز) رابطه دارد می سنجد هر چه جوابی مناسب تر باشد عدد برازندگی بزرگتری دارد. برای آن که شانس بقای چنین جوابی بیشتر شود، احتمال بقای آن را متناسب با عدد برازش در نظر می گیرند. بنابراین کروموزومی که برازنده تر است در تولید فرزندان بیشتری شرکت می کند و دنباله های بیشتری از آن به وجود می آید.

□ جمعیت جوابهای ذخیره شده : نسل

◆ هر جواب ذخیره شده : فرد (individual)



# الگوریتمهای ژنتیک : عملگرهای ژنتیک

## Genetic Algorithm

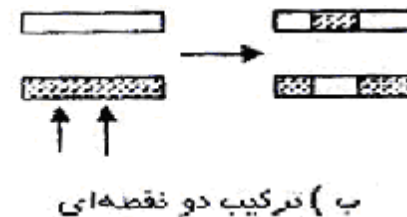
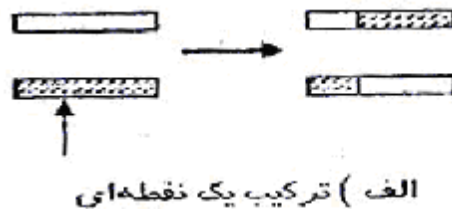
### عملگرهای ژنتیک

◆ انتخاب - تولید مجدد (reproduction)

✦ سوق دادن جستجو به بخشهایی از فضا که امکان یافتن جوابهای با کیفیت بالاتر وجود دارد.

◆ ترکیب یا جابجایی (recombination/crossover):

✦ این عملگر بر روی زوجی از کروموزوم ها اعمال می شود این عملگر به شکل های مختلف معرفی شده است که مهم ترین انواع آن عبارتند از: جابجایی یک نقطه ای، دو نقطه ای، چند نقطه ای، یکنواخت





# الگوریتمهای ژنتیک : عملگرهای ژنتیک

*Genetic Algorithm*

## روش ادغام تک نقطه ای ( **Single-Point** ) ( **Cross Over** )

- ✓ در این روش یک مکان تصادفی در طول رشته انتخاب می شود و **gene** ها از این مکان به بعد جابجا میشوند.
- ✓ برای مثال دو والد **p1** و **p2** را داریم :

**P1=[ a b c d e f g h ]**

**P2=[ 1 2 3 4 5 6 7 8 ]**

در این حالت با انتخاب عدد تصادفی **i** بین ۱ تا **n** ( تعداد ژن های افراد میباشد ) فرزند بوجود آمده به صورت زیر میباشد : (**i=3**)

**Child1 = [ a b c 4 5 6 7 8 ]**

**child2 = [ 1 2 3 d e f g h ]**





## الگوریتمهای ژنتیک : عملگرهای ژنتیک

*Genetic Algorithm*

### روش ادغام دونقطه ای (Two Point Cross) (Over)

✓ در این روش دو مکان را به صورت تصادفی انتخاب کرده و مقادیر بین این دو نقطه را جابجا می کنیم.

✓ به عنوان مثال برای دو والد مثال قبل در صورتی که  $i=4$  و  $j=6$  باشد، در این صورت دو فرزند بوجود آمده به صورت زیر میباشد :

**Child1 = [ a b c 4 5 6 g h ]**

**Child2 = [ 1 2 3 d e f 7 8 ]**



# عملگرهای ژنتیک

Genetic Algorithm

## ■ عملگر جهش (Mutation)

☀ جهش ویژگی تصادفی بودن و امکان فرار از نقاط بهینه محلی را فراهم می‌آورد.

☀ این عملگر روی یک دنباله‌ی منفرد عمل می‌کند به این ترتیب که با احتمال کوچکی به نام احتمال جهش ( $P_m$ ) هر بیت از کروموزوم‌ها را تغییر می‌دهد

Parent

1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Child

1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



# همگرایی الگوریتم ژنتیک

*Genetic Algorithm*

## ■ همگرایی الگوریتم ژنتیک

■ همگرایی الگوریتم ژنتیک به سوی جواب بهینه خصوصیتی است که می توان آن را با شرایطی خاص تضمین نمود. تحقیقات انجام شده نشان می دهد در صورتی که بهترین عدد هر جمعیت در جمعیت بعدی قرار داده شود همگرایی الگوریتم تضمین می گردد، به عبارت دیگر اگر در هر مرحله ی تولید الگوریتم ژنتیک بهترین جواب ها نگاه داشته شوند و با احتمال ۱ در جمعیت بعدی قرار گیرند. الگوریتم ژنتیک به سمت پاسخ بهینه همگرا خواهد شد و این نکته با استفاده از زنجیره مارکوف محدود ثابت شده است.



## معیار توقف محاسبات الگوریتم ژنتیک

### *Genetic Algorithm*

#### معیار توقف محاسبات الگوریتم ژنتیک

- پس از مدت زمانی معین الگوریتم متوقف شود
- رسیدن به حد مطلوبی از پاسخ به عنوان شرط اتمام الگوریتم در نظر گرفته شود که در این صورت باید توقع دست یابی به بهینه های موضعی را توسط الگوریتم داشته باشیم
- پس از تعداد محدودی تکرار متوالی الگوریتم، بهبودی در پاسخ بوجود نیاید، این شرط نسبت به دو شرط توقف قبل معقول تر است



## مثال اول

### Genetic Algorithm

- یک کارخانه محصول خود را در چهار نمایندگی عرضه می کند و سه استراتژی مهمی که برای فروش محصولاتش دارد عبارتند از: قیمت، گارانتی و خدمات پس از فروش
- هدف: ماکزیمم کردن سود
- نحوه کد کردن: باینری

$$X_i = x_1 x_2 x_3$$

برای مثال یک کروموزم به شکل ۱۰۱ یک جواب مساله است که یک استراتژی را نشان می دهد که شامل قیمت گران، فقدهات گارانتی و ارائه خدمات پس از فروش است

تعریف تابع هدف:

$$f(X_i) = DEC(x_1 x_2 x_3)$$

در آن DEC تابع تبدیل عدد باینری به دهدهی است



## حل مساله:

### *Genetic Algorithm*

■ ۸ استراتژی برای فروش وجود دارد ۴ تا از آنها را انتخاب کرده و در ۴ نمایندگی امتحان می کنیم. یک راه این است که بهترین استراتژی از این ۴ تا را در تمام نمایندگی ها اجرا کنیم در اینصورت ممکن است که برای همیشه از جواب بهینه دور بمانیم پس ضمن حفظ وضعیت موجود استراتژی های جدید را نیز مورد بررسی قرار می دهیم.

فرض: نرخ ترکیب  $P_c=0.5$

نتایج یک مرحله از حل مساله را در جدول اسلاید بعدی آورده شده است  
از این مثال می توان به لزوم جهش پی برد.

چگونه؟



# نتایج

## Genetic Algorithm

■ بعد از اعمال عملگر ترکیب

	Generation 0			Mating pool		Generation 1		
1	011	3	.25	011	3	2	111	7
2	001	1	.08	110	6	2	010	2
3	110	6	.50	110	6			
4	010	2	.17	010	2			
Total		12			17			
Worst		1			2			
Average		3.00			4.5			
Best		6			6			



# نتایج

## Genetic Algorithm

■ بعد از اعمال عملگر جهش

	Generation 0			Mating pool		Generation 1		
1	011	3	.25	011	3			
2	001	1	.08	110	6			
3	110	6	.50	110	6			
4	010	2	.17	010	2	---	011	3
Total	12			17				
Worst	1			2				
Average	3.00			4.5				
Best	6			6				





After Reproduction ■

	Generation 0			Mating pool		Generation 1		
1	011	3	.25					
2	001	1	.08					
3	110	6	.50	110	6	---	110	6
4	010	2	.17					
Total	12				17			
Worst	1				2			
Average	3.00				4.5			
Best	6				6			



## مثال دوم: پیدا کردن ماکزیمم یک تابع ساده

### Genetic Algorithm

■ می خواهیم ماکزیمم تابع زیر را در بازه  $[-1..2]$  پیدا نماییم:

$$f(x) = x \cdot \sin(10\pi \cdot x) + 1.0$$

■ نحوه نمایش:

از یک آرایه ۲۲ تایی با مقادیر دودویی جهت نمایش اعداد حقیقی به عنوان یک

کروموزوم استفاده می کنیم. نگاشت  $\langle b_{21}, \dots, b_0 \rangle$  به یک عدد حقیقی در بازه

$[-1..2]$  را به صورت زیر انجام می دهیم:

$$\langle b_{21} b_{20} \dots b_0 \rangle_2 = \left( \sum_{i=0}^{21} b_i \cdot 2^i \right)_{10} = x'$$

$$x = -1.0 + x' \cdot \frac{3}{2^{22} - 1}$$



## مثال

### Genetic Algorithm

$$x' = (1000101110 \ 1101010001 \ 11)_2 = 2288967$$

مثلا"

$$x = -1.0 + x' \cdot \frac{3}{4194303} = 0.637197$$

### ایجاد جمعیت اولیه

اعضاء جمعیت را به صورت تصادفی تولید می کنیم.

### تابع ارزیابی

$eval(v) = f(x)$  که کروموزوم  $v$  نمایانگر عدد  $x$  است. مثال:

$$v_1 = (1000101110110101000111)_2 = x_1 = 0.637197 \rightarrow f(x_1) = 1.586345$$

$$v_2 = (0000001110000000010000)_2 = x_2 = -0.958973 \rightarrow f(x_2) = 0.078878$$

$$v_3 = (1110000000111111000101)_2 = x_3 = 1.627888 \rightarrow f(x_3) = 2.25065$$



## نمونه انتخاب والدین

### Genetic Algorithm

■ انتخاب والدین با استفاده از چرخ رولت که در آن شیارها متناسب با برازندگی کروموزمهاست صورت می گیرد.

■ ساختن چرخ رولت

۱ - محاسبه  $eval(i)$  مقدار برازندگی هر کروموزوم

۲- محاسبه برازندگی مجموع جمعیت

$$F = \sum_{i=1}^{pop\_size} eval(v_i)$$

۳- محاسبه احتمال انتخاب هر کروموزوم

$$p_i = eval(v_i)/F$$

۴- محاسبه احتمال تجمعی برای هر کروموزوم

$$q_i = \sum_{j=1}^i p_j$$

۵- تولید یک عدد تصادفی  $r$  بین  $[0, 1]$

۶- اگر  $r < q_1$  آنگاه  $q_1$  را انتخاب کن در غیر اینصورت کروموزوم  $I$  ام را که در شرط زیر صدق می کند انتخاب کن

$$(2 \leq i \leq pop\_size) \quad q_{i-1} \leq r \leq q_i$$



## Mutation جهش

### Genetic Algorithm

■ مثال

$$v_3 = (1110000000111111000101)_2 =$$

$$x_3 = 1.627888 \rightarrow f(x_3) = 2.25065$$

$$v_3 = (1110000000 \ 1111110001 \ 01)$$

$$v'_3 = (1110100000111111000101)$$

$$x'_3 = 1.721638 \text{ and } f(x'_3) = -0.082257$$



## ترکیب Crossover

Genetic Algorithm

مثال ■

$$v_2 = (0000001110000000010000)_2 \rightarrow f(x_2) = 0.078878$$

$$v_3 = (1110000000111111000101)_2 \rightarrow f(x_3) = 2.25065$$

$$v'_2 = (00000000000111111000101)$$

$$v'_3 = (11100011100000000010000)$$

$$f(v'_2) = f(-0.998113) = 0.940865 ,$$

$$f(v'_3) = f(1.666028) = 2.459245$$



# حل مساله به روش الگوریتم ژنتیک به کمک MATLAB

## Genetic Algorithm

■ برای حل مساله با محدودیتهای غیر خطی به روش الگوریتم ژنتیک از دستور زیر در MATLAB استفاده می شود

■  $x = \text{ga}(\text{fitnessfcn}, \text{nvars}, A, b, A_{\text{eq}}, b_{\text{eq}}, LB, UB, \text{nonlcon})$

<code>fitnessfcn</code>	Fitness function
<code>nvars</code>	Number of design variables
<code>options</code>	Options structure created using <a href="#">gaoptimset</a>
<code>Aineq</code>	A matrix for inequality constraints
<code>Bineq</code>	b vector for inequality constraints
<code>Aeq</code>	A matrix for equality constraints
<code>Beq</code>	b vector for equality constraints
<code>LB</code>	Lower bound on $x$
<code>UB</code>	Upper bound on $x$
<code>nonlcon</code>	Nonlinear constraint function
<code>randstate</code>	Optional field to reset rand state
<code>randnstate</code>	Optional field to reset randn state

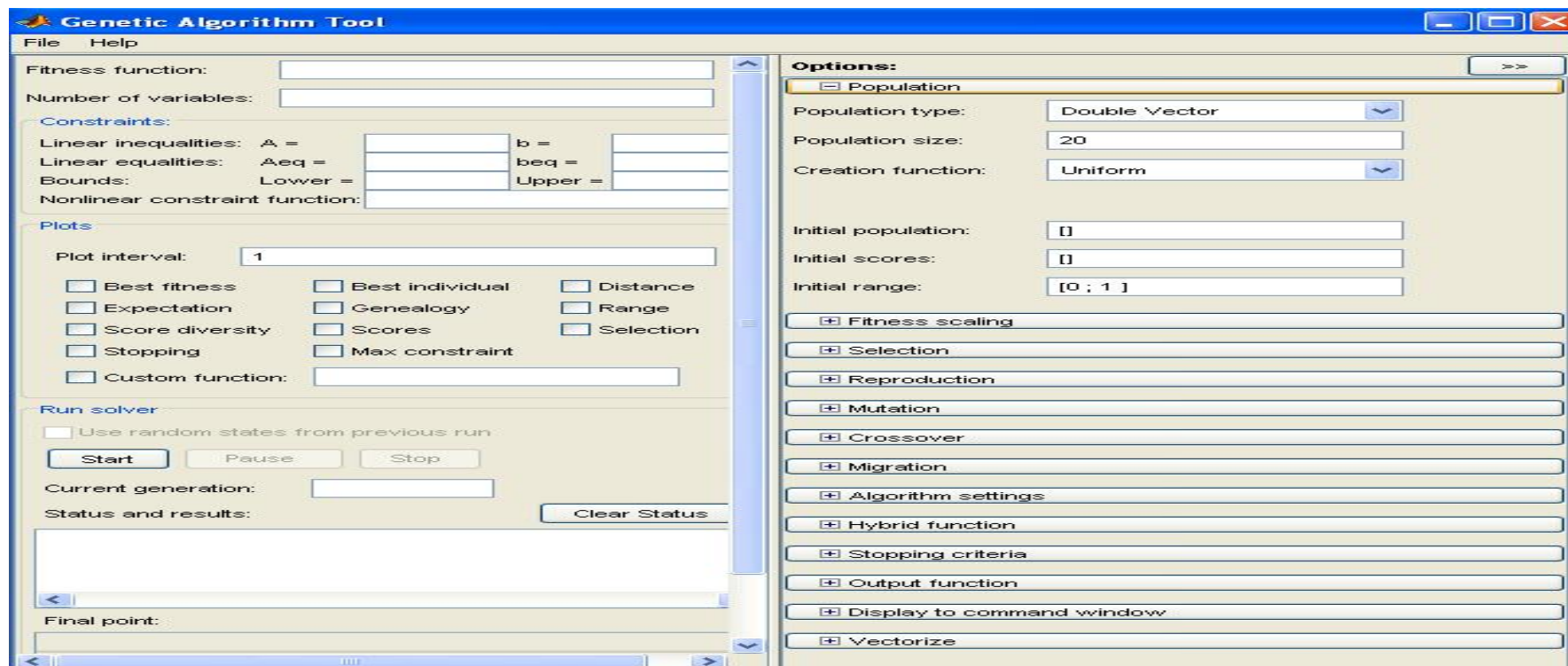


# GENTIC ALGORITHM TOOLBOX

## Genetic Algorithm

البته MATLAB یک TOOLBOX ویژه برای GA دارد که کار با آن خیلی راحتتر است.

کافی است در صفحه اصلی MATLAB دستور gatools را تایپ و اجرا کنید، در اینصورت صفحه ای به شکل زیر باز می شود







## مثال سوم

### Genetic Algorithm

■ برای مثال می خواهیم تابع  $f(x_1, x_2) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2$  را با توجه به محدودیتهای غیر خطی زیر مینیم کنیم.

$$x_1x_2 + x_1 - x_2 + 1.5 \leq 0$$

$$10 - x_1x_2 \leq 0$$

$$0 \leq x_1 \leq 1$$

$$0 \leq x_2 \leq 13$$

ابتدا باید تابع هدف و محدودیت ها را بصورت **M-file** ذخیره کنیم

```
function y = nlp_exam(x)
y = 100 * (x(1)^2 - x(2)) ^2 + (1 - x(1))^2;
```

```
function [c, ceq] = simple_constraint(x)
c = [1.5 + x(1)*x(2) + x(1) - x(2);
-x(1)*x(2) + 10];
ceq = [ ];
```

فرمت وارد کردن محدودیتهای غیر خطی



## حل مثال

### Genetic Algorithm

■ حال باید در پنجره باز شده باید در قسمت تابع برازندگی آدرس `@nlp_exam(x)`  
و در قسمت محدودیتهای غیر خطی آدرس تابع `@simple_constraint(x)` در کنیم

```
nvars = 2; % Number of variables  
LB = [0 0]; % Lower bound  
UB = [1 13]; % Upper bound
```

جواب نهایی مساله در سمت چپ پایین پنجره نمایش داده می شود که برای مثال ما بصورت زیر است

$X=0.8122 \ 12.3122$



# مثال آفر

## Genetic Algorithm

■ نتایج پیدا کردن مینیمم مطلق تابع

■ function  $z=f(x,y)$

■  $z = 3 * (1-x).^2 * (\exp(-(x.^2)-y+1).^2) - 10 * (x/5 - x.^3 - y.^5) * \exp(-x.^2-y.^2-1/3 * \exp(-(x+1).^2 - y.^2));$

■ با تنظیمات:

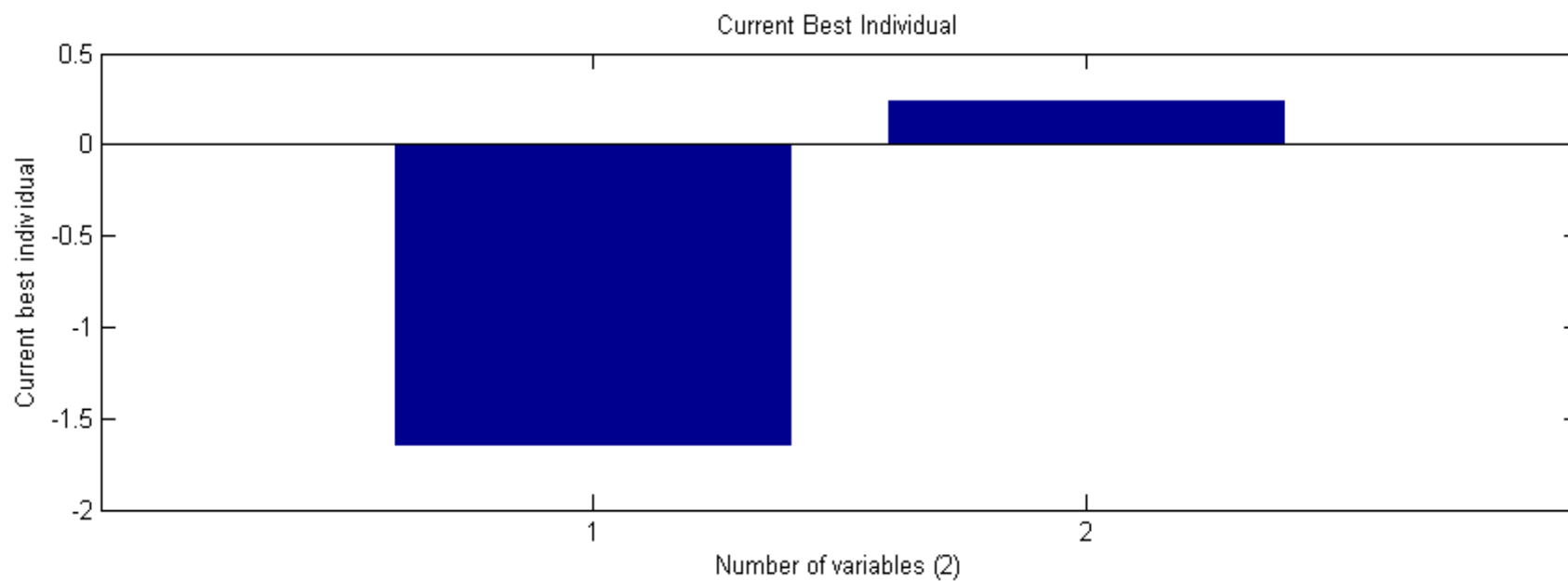
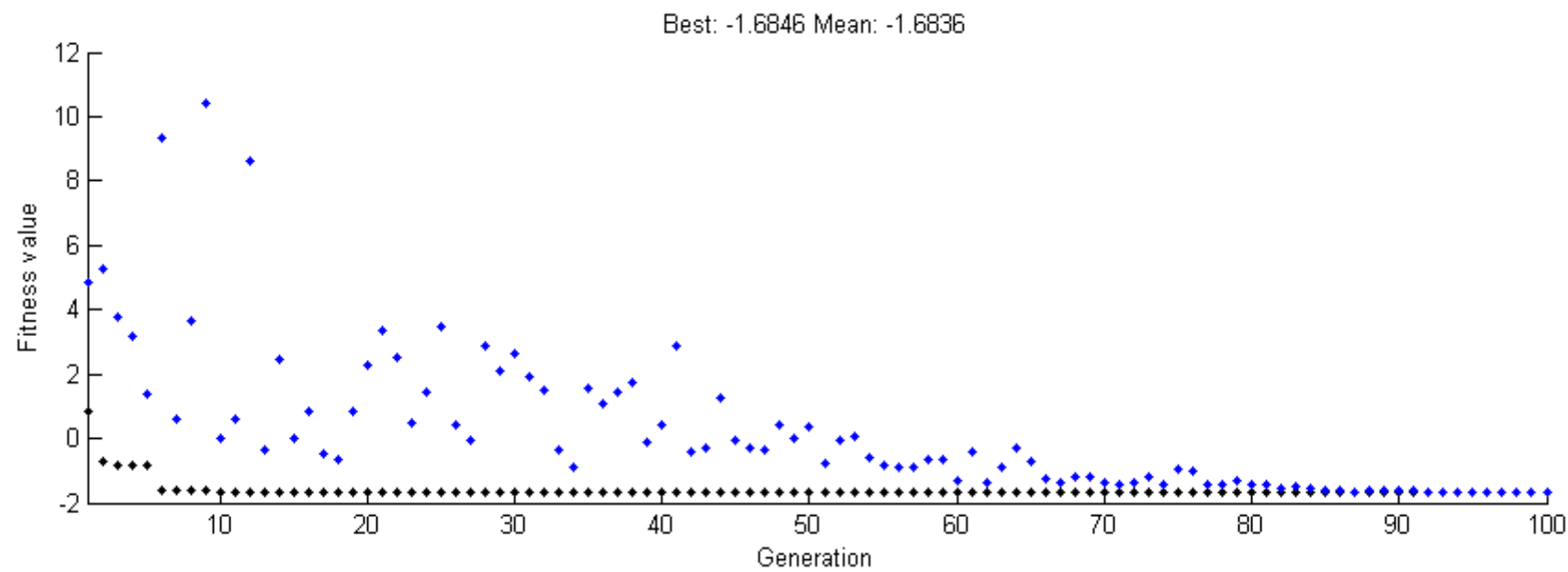
■ معیار توقف:

تعداد تولید = ۱۰۰

یا تعداد تولید یکسان = ۵۰

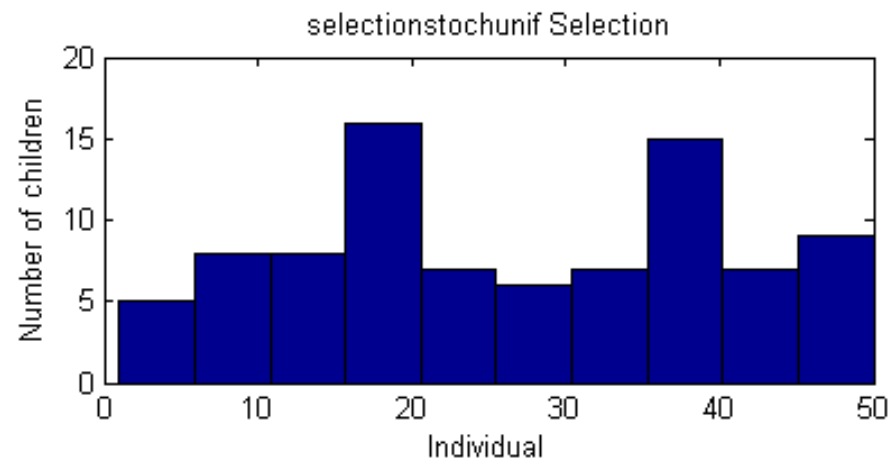
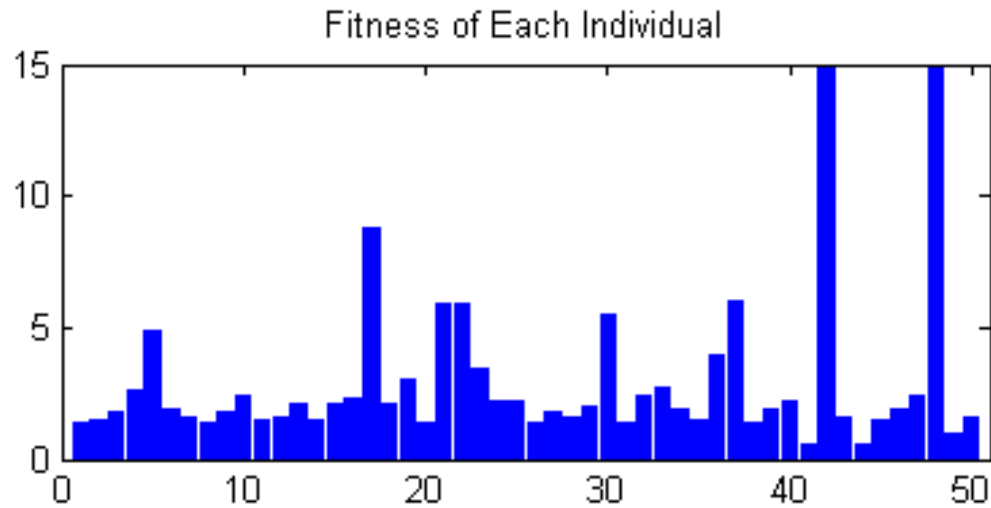
■ تعداد جمعیت = ۵۰

در اسلایدهای بعدی آمده است.





# Genetic Algorithm



A landscape photograph featuring rolling green hills under a twilight sky. A large, bright sun is positioned in the upper right quadrant, casting a warm glow. The sky transitions from a deep purple at the top to a lighter blue near the horizon. Several trees are scattered across the hills, their forms softened by a light mist or haze. The overall mood is serene and atmospheric.

# Q & A

A photograph of a sunset or sunrise over a body of water. The sky is a deep blue, and the sun is low on the horizon, creating a bright glow and a rainbow-like spectrum of colors. A palm tree is silhouetted against the sky on the right side. The Persian text "بابت کر از توجه شما" is overlaid in the center in a blue, stylized font.

بابت کر از  
توجه شما